

(19) 国家知识产权局



(12) 发明专利申请



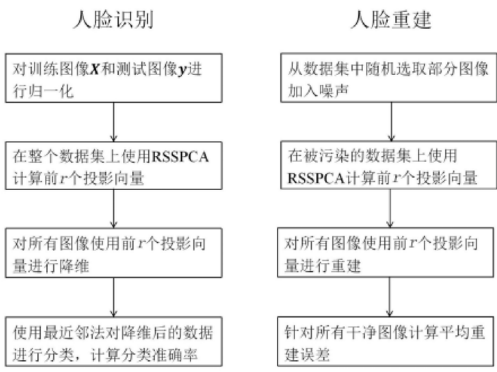
(10) 申请公布号 CN 116052243 A
(43) 申请公布日 2023. 05. 02

(21) 申请号 202211497782.5
(22) 申请日 2022.11.25
(71) 申请人 信阳师范学院
地址 464000 河南省信阳市浉河区南湖路
237号
(72) 发明人 王敬 谢晓 张莉
(74) 专利代理机构 郑州大通专利商标代理有限公司 41111
专利代理师 张立强
(51) Int.Cl.
G06V 40/16 (2022.01)
G06V 10/77 (2022.01)

权利要求书5页 说明书15页 附图7页

(54) 发明名称
一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别和重建方法及系统

(57) 摘要
本发明属于人脸识别和重建技术领域,公开一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析 (Robust Sparse Smooth PCA, RSSPCA) 的人脸识别和重建方法及系统,通过引入表征图像二维空间结构的平滑惩罚项,提高了人脸识别和重建效果。通过与另外四种算法 (PCA、PCA-L1、RSPCA、RSMPCA) 的对比实验发现,鲁棒性的引入对分类性能没有影响,稀疏性和平滑性的引入都能提升分类性能;稀疏性的引入对重建误差没有影响,鲁棒性和平滑性的引入都能降低重建误差。本发明公布的RSSPCA算法,结合了鲁棒性、稀疏性和平滑性,在人脸识别和重建任务上相对于对比算法具有明显优势。



CN 116052243 A

1. 一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法,其特征在于,包括:

步骤1:将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

步骤2:通过求解如下优化问题来寻找第一个投影向量:

$$\max_w \|X^T w\|_1, \text{ s.t. } \|w\|_2^2 = 1, \|w\|_1 \leq c_1, w^T L w \leq c_2$$

其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于 w 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

步骤3:将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 X 中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照步骤2方式得到第二个投影向量;

步骤4:重复步骤2和步骤3,直至得出前 r 个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}, 1 \leq r < \min(d, n)$;

步骤5:对所有图像使用前 r 个投影向量进行降维;

步骤6:使用最近邻法对降维后的数据进行分类,并计算分类准确率,完成人脸识别。

2. 根据权利要求1所述的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法,其特征在于,在所述步骤2之前,还包括:

对训练样本进行居中化处理,即 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 0$ 。

3. 根据权利要求1所述的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法,其特征在于,

$$w^T L w = w^T (D - A) w = w^T (\text{diag}(\mathbf{1}_d^T A) - A) w = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^d (w_i - w_j)^2 A_{ij}$$

其中 D 表示度矩阵, $D = \text{diag}(\mathbf{1}_d^T A)$, $\mathbf{1}_d \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 表示一个 d 维的全1列向量; A 为邻接矩阵, $A \in \mathbb{R}^{d \times d}$, A 中的元素为 $A_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $i, j = 1, 2, \dots, d$, d_{ij} 表示图像上的任意两个像素 P_i 和 P_j 的欧氏距离。

4. 根据权利要求1或3所述的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法,其特征在于,所述步骤2包括:

构造拉格朗日函数 $f(w)$,并在优化最大化框架下寻求 $f(w)$ 的最优解,得到第一个投影向量:

$$f(w) = \|X^T w\|_1 - \lambda_1 (\|w\|_2^2 - 1) - \lambda_2 (\|w\|_1 - c_1) - \lambda_3 (w^T L w - c_2)$$

其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0$ 为拉格朗日乘子;

构建中间函数 $g(w | w^{(k)})$ 满足:

$$f(w^{(k)}) = g(w^{(k)} | w^{(k)})$$

$$f(w) \geq g(w | w^{(k)}), \forall w$$

其中 $w^{(k)}$ 为投影向量 w 的第 k 次迭代结果,通过下式迭代地最大化中间函数 $g(w | w^{(k)})$ 来

优化原始目标函数 $f(w)$,即

$$\begin{aligned} w^{(k+1)} &= \arg \max_w g(w|w^{(k)}) \\ g(w|w^{(k)}) &= \text{sign}(X^T w^{(k)})^T X^T w - \lambda_1 (\|w\|_2^2 - 1) \\ &\quad - \lambda_2 \left(\frac{1}{2} w^T \text{diag}(|w^{(k)}|^{-1}) w + \frac{1}{2} \|w^{(k)}\|_1 - c_1 \right) - \lambda_3 (w^T L w - c_2) \\ &= -w^T \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} \text{diag}(|w^{(k)}|^{-1}) + \lambda_3 L \right) w + \left(X \text{sign}(X^T w^{(k)}) \right)^T w \\ &\quad - \frac{\lambda_2}{2} \|w^{(k)}\|_1 + \lambda_1 + \lambda_2 c_1 + \lambda_3 c_2 \end{aligned}$$

其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角元素或创建对角阵的函数, I 表示单位阵;

将 $g(w|w^{(k)})$ 对 w 求偏导并令结果为0,可得

$$w^{(k+1)} = 2 \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v$$

其中 $U = \text{diag}(|w^{(k)}|)$, $v = X \text{sign}(X^T w^{(k)})$;

考虑约束条件 $\|w\|_2^2 = 1$,对 $w^{(k+1)}$ 进行归一化,即

$$w^{(k+1)} = \frac{\left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v}{\left\| \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v \right\|_2}$$

令 $\eta_1 = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} \geq 0$, $\eta_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \geq 0$,则

$$w^{(k+1)} = \frac{(I + \eta_1 U^{-1} + \eta_2 L)^{-1} v}{\|(I + \eta_1 U^{-1} + \eta_2 L)^{-1} v\|_2}$$

其中 η_1 表示稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 表示平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比;

为避免出现除以零的错误,对上式进行等价变换得

$$w^{(k+1)} = \frac{(U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} U v}{\|(U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} U v\|_2}$$

迭代 w 至收敛,即得到所述第一个投影向量。

5. 一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法,其特征在于,包括:

步骤1:从数据集中随机选取部分图像加入噪声;

步骤2:将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

步骤3:在所有加入噪声的图像上,通过求解如下优化问题来寻找第一个投影向量:

$$\max_w \|X^T w\|_1, \text{ s.t. } \|w\|_2^2 = 1, \|w\|_1 \leq c_1, w^T L w \leq c_2$$

其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于 w 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数

和L2范数；

步骤4:将第一个投影向量对应的主成分从原始样本X中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照步骤2方式得到第二个投影向量；

步骤5:重复步骤2和步骤3,直至得出前r个投影向量 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}, 1 \leq r < \min(d, n)$ ；

步骤6:对所有图像使用前r个投影向量进行重建,并针对所有未加入噪声的图像计算重建误差,完成人脸重建。

6.根据权利要求5所述的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法,其特征在于,在所述步骤2之前,还包括:

对训练样本进行居中化处理,即 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i = \mathbf{0}$ 。

7.根据权利要求5所述的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法,其特征在于,

$$\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A}) - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^d (w_i - w_j)^2 A_{ij}$$

其中D表示度矩阵, $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A}), \mathbf{1}_d \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 表示一个d维的全1列向量;A为邻接矩阵, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, A中的元素为 $A_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, i, j = 1, 2, ..., d, d_{ij} 表示图像上的任意两个像素 P_i 和 P_j 的欧氏距离。

8.根据权利要求5或7所述的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法,其特征在于,所述步骤3包括:

构造拉格朗日函数f(w),并在优化最大化框架下寻求f(w)的最优解,得到第一个投影向量:

$$f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1 - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) - \lambda_2 (\|\mathbf{w}\|_1 - c_1) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2)$$

其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0$ 为拉格朗日乘子;

构建中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 满足:

$$f(\mathbf{w}^{(k)}) = g(\mathbf{w}^{(k)} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$f(\mathbf{w}) \geq g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}), \forall \mathbf{w}$$

其中 $\mathbf{w}^{(k)}$ 为投影向量w的第k次迭代结果,通过下式迭代地最大化中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 来优化原始目标函数f(w),即

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \arg \max_{\mathbf{w}} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$\begin{aligned}
g(\mathbf{w}|\mathbf{w}^{(k)}) &= \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})^T \mathbf{X}^T \mathbf{w} - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) \\
&\quad - \lambda_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) \mathbf{w} + \frac{1}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 - c_1 \right) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2) \\
&= -\mathbf{w}^T \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) + \lambda_3 \mathbf{L} \right) \mathbf{w} + \left(\mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)}) \right)^T \mathbf{w} \\
&\quad - \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 + \lambda_1 + \lambda_2 c_1 + \lambda_3 c_2
\end{aligned}$$

其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角元素或创建对角阵的函数, $\mathbf{I}$ 表示单位阵;

将 $g(\mathbf{w}|\mathbf{w}^{(k)})$ 对 $\mathbf{w}$ 求偏导并令结果为0,可得

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = 2 \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v}$$

其中 $\mathbf{U} = \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|)$, $\mathbf{v} = \mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})$;

考虑约束条件 $\|\mathbf{w}\|_2^2 = 1$,对 $\mathbf{w}^{(k+1)}$ 进行归一化,即

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{\left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v}}{\left\| \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v} \right\|_2}$$

令 $\eta_1 = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} \geq 0$, $\eta_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \geq 0$,则

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{(\mathbf{I} + \eta_1 \mathbf{U}^{-1} + \eta_2 \mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}}{\|(\mathbf{I} + \eta_1 \mathbf{U}^{-1} + \eta_2 \mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}\|_2}$$

其中 η_1 表示稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 表示平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比;

为避免出现除以零的错误,对上式进行等价变换得

$$\mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{(\mathbf{U} + \eta_1 \mathbf{I} + \eta_2 \mathbf{U} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{U} \mathbf{v}}{\|(\mathbf{U} + \eta_1 \mathbf{I} + \eta_2 \mathbf{U} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{U} \mathbf{v}\|_2}$$

迭代 $\mathbf{w}$ 至收敛,即得到所述第一个投影向量。

9. 一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别系统,其特征在于,包括:

数据变换模块,用于将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

第一个投影向量得出模块,用于通过求解如下优化问题来寻找第一个投影向量:

$$\max_{\mathbf{w}} \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1, \text{ s.t. } \|\mathbf{w}\|_2^2 = 1, \|\mathbf{w}\|_1 \leq c_1, \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} \leq c_2$$

其中 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, $\mathbf{L}$ 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w}$ 表示关于 $\mathbf{w}$ 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

第二个投影向量得出模块,用于将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 $\mathbf{X}$ 中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照第一个投影向量得出模块方式得到第二个投

影向量；

前r个投影向量得出模块，用于重复第一个投影向量得出模块和第二个投影向量得出模块，直至得出前r个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$ ；

降维模块，用于对所有图像使用前r个投影向量进行降维；

人脸识别模块，用于使用最近邻法对降维后的数据进行分类，并计算分类准确率，完成人脸识别。

10.一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建系统，其特征在于，包括：

加噪模块，用于从数据集中随机选取部分图像加入噪声；

数据处理模块，用于将每幅图像拉伸为向量，以向量的形式进行存储和计算；

第一寻优模块，用于在所有加入噪声的图像上，通过求解如下优化问题来寻找第一个投影向量：

$$\max_w \|X^T w\|_1, s.t. \|w\|_2^2 = 1, \|w\|_1 \leq c_1, w^T L w \leq c_2$$

其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本，其每行为一个特征，对应图像上的一个像素；每列为一个样本，对应一幅图像；d为特征数目，即图像上的像素数目；n为训练样本的数目，即训练图像的数目； $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量； c_1 和 c_2 为常数，L为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵； $w^T L w$ 表示关于w的平滑惩罚项； $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数；

第二寻优模块，用于将第一个投影向量对应的主成分从原始样本X中消去得到新的样本，并在新的样本的基础上，按照步骤2方式得到第二个投影向量；

主成分得出模块，用于重复第一寻优模块和第二寻优模块，直至得出前r个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$ ；

人脸重建模块，用于对所有图像使用前r个投影向量进行重建，并针对所有未加入噪声的图像计算重建误差，完成人脸重建。

一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别和重建方法及系统

技术领域

[0001] 本发明属于人脸识别和重建技术领域,尤其涉及一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别和重建方法及系统。

背景技术

[0002] 主成分分析(Principal Component Analysis,PCA)被广泛应用于数据降维、信号重建和模式分类,然而其目标函数采用L2范数,容易受到噪声影响。将L1范数施加在PCA的目标函数上可得到带有L1范数的PCA(PCA with L1-norm,PCA-L1)。相对于PCA而言,PCA-L1具有鲁棒性,能有效降低数据噪声的影响。

[0003] 稀疏性是另外一种很重要的属性。稀疏建模可以自动从训练数据中找到相关特征,同时忽略其他特征。它不仅能提高算法的泛化能力,还能增加结果的可解释性。因此,稀疏建模在信号处理、机器学习、模式识别等领域都得到了广泛应用。传统PCA算法无法提取出稀疏的主成分。为解决这个问题,可将PCA的约束条件(等价于惩罚项或正则项)中的L2范数替换为L1范数,使提取的主成分具有稀疏性,从而构造出稀疏PCA(Sparse PCA,SPCA)。

[0004] 鲁棒稀疏主成分分析(Robust Sparse PCA,RSPCA)将传统PCA的目标函数和约束条件中的L2范数同时替换为L1范数,使得算法同时具有鲁棒性和稀疏性。然而,将以上算法,即PCA、PCA-L1、SPCA和RSPCA应用于人脸识别和重建时都将人脸图像重排成向量进行处理,忽略了人脸图像所固有的二维结构。二维主成分分析(Two dimensional PCA,2DPCA)通过将人脸图像表示为矩阵,利用到了图像的二维结构,但是利用得并不充分。

发明内容

[0005] 本发明针对RSPCA没有充分利用图像二维空间结构,进而导致人脸识别和重建效果差的问题,提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析(Robust Sparse Smooth PCA,RSSPCA)的人脸识别和重建方法及系统,引入了表征图像二维空间结构的平滑惩罚项,提高了人脸识别和重建效果。

[0006] 为了实现上述目的,本发明采用以下技术方案:

[0007] 本发明一方面提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法,包括:

[0008] 步骤1:将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0009] 步骤2:通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

$$[0010] \quad \max_w \|X^T w\|_1, \text{ s.t. } \|w\|_2^2 = 1, \|w\|_1 \leq c_1, w^T L w \leq c_2$$

[0011] 其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于 w 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数

和L2范数；

[0012] 步骤3:将第一个投影向量对应的主成分从原始样本X中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照步骤2方式得到第二个投影向量；

[0013] 步骤4:重复步骤2和步骤3,直至得出前r个投影向量 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$ ；

[0014] 步骤5:对所有图像使用前r个投影向量进行降维；

[0015] 步骤6:使用最近邻法对降维后的数据进行分类,并计算分类准确率,完成人脸识别。

[0016] 进一步地,在所述步骤2之前,还包括:

[0017] 对训练样本进行居中化处理,即 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i = \mathbf{0}$ 。

[0018] 进一步地,

$$[0019] \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A}) - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^d (w_i - w_j)^2 A_{ij}$$

[0020] 其中D表示度矩阵, $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A})$, $\mathbf{1}_d \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 表示一个d维的全1列向量;A为邻接

矩阵, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, A中的元素为 $A_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $i, j = 1, 2, \dots, d$, d_{ij} 表示图像上的任意两个像素 P_i 和 P_j 的欧氏距离。

[0021] 进一步地,所述步骤2包括:

[0022] 构造拉格朗日函数f(w),并在优化最大化框架下寻求f(w)的最优解,得到第一个投影向量:

$$[0023] \quad f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1 - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) - \lambda_2 (\|\mathbf{w}\|_1 - c_1) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2)$$

[0024] 其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0$ 为拉格朗日乘子;

[0025] 构建中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 满足:

$$[0026] \quad f(\mathbf{w}^{(k)}) = g(\mathbf{w}^{(k)} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$[0027] \quad f(\mathbf{w}) \geq g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}), \forall \mathbf{w}$$

[0028] 其中 $\mathbf{w}^{(k)}$ 为投影向量w的第k次迭代结果,通过下式迭代地最大化中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 来优化原始目标函数f(w),即

$$[0029] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \arg \max_{\mathbf{w}} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$[0030] \quad \begin{aligned} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}) &= \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})^T \mathbf{X}^T \mathbf{w} - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) \\ &\quad - \lambda_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) \mathbf{w} + \frac{1}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 - c_1 \right) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2) \\ &= -\mathbf{w}^T \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) + \lambda_3 \mathbf{L} \right) \mathbf{w} + \left(\mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)}) \right)^T \mathbf{w} \\ &\quad - \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 + \lambda_1 + \lambda_2 c_1 + \lambda_3 c_2 \end{aligned}$$

[0031] 其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角元素或创建对角阵的函数, I 表示单位阵;

[0032] 将 $g(w|w^{(k)})$ 对 w 求偏导并令结果为0,可得

$$[0033] \quad w^{(k+1)} = 2 \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v$$

[0034] 其中 $U = \text{diag}(|w^{(k)}|)$, $v = X \text{sign}(X^T w^{(k)})$;

[0035] 考虑约束条件 $\|w\|_2^2 = 1$,对 $w^{(k+1)}$ 进行归一化,即

$$[0036] \quad w^{(k+1)} = \frac{\left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v}{\left\| \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v \right\|_2}$$

[0037] 令 $\eta_1 = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} \geq 0$, $\eta_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \geq 0$,则

$$[0038] \quad w^{(k+1)} = \frac{(I + \eta_1 U^{-1} + \eta_2 L)^{-1} v}{\|(I + \eta_1 U^{-1} + \eta_2 L)^{-1} v\|_2}$$

[0039] 其中 η_1 表示稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 表示平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比;

[0040] 为避免出现除以零的错误,对上式进行等价变换得

$$[0041] \quad w^{(k+1)} = \frac{(U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} Uv}{\|(U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} Uv\|_2}$$

[0042] 迭代 w 至收敛,即得到所述第一个投影向量。

[0043] 本发明第二方面提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法,包括:

[0044] 步骤1:从数据集中随机选取部分图像加入噪声;

[0045] 步骤2:将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0046] 步骤3:在所有加入噪声的图像上,通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

$$[0047] \quad \max_w \|X^T w\|_1, \quad \text{s.t. } \|w\|_2^2 = 1, \quad \|w\|_1 \leq c_1, \quad w^T L w \leq c_2$$

[0048] 其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于 w 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

[0049] 步骤4:将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 X 中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照步骤2方式得到第二个投影向量;

[0050] 步骤5:重复步骤2和步骤3,直至得出前 r 个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$;

[0051] 步骤6:对所有图像使用前 r 个投影向量进行重建,并针对所有未加入噪声的图像计算重建误差,完成人脸重建。

[0052] 进一步地,在所述步骤2之前,还包括:

[0053] 对训练样本进行居中化处理,即 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i = \mathbf{0}$ 。

[0054] 进一步地,

$$[0055] \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A}) - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^d (w_i - w_j)^2 A_{ij}$$

[0056] 其中D表示度矩阵, $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A})$, $\mathbf{1}_d \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 表示一个d维的全1列向量;A为邻接矩阵, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, A中的元素为 $A_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $i, j = 1, 2, \dots, d$, d_{ij} 表示图像上的任意两个像素 P_i 和 P_j 的欧氏距离。

[0057] 进一步地,所述步骤3包括:

[0058] 构造拉格朗日函数 $f(\mathbf{w})$,并在优化最大化框架下寻求 $f(\mathbf{w})$ 的最优解,得到第一个投影向量:

$$[0059] \quad f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1 - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) - \lambda_2 (\|\mathbf{w}\|_1 - c_1) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2)$$

[0060] 其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0$ 为拉格朗日乘子;

[0061] 构建中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 满足:

$$[0062] \quad f(\mathbf{w}^{(k)}) = g(\mathbf{w}^{(k)} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$[0063] \quad f(\mathbf{w}) \geq g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}), \forall \mathbf{w}$$

[0064] 其中 $\mathbf{w}^{(k)}$ 为投影向量 $\mathbf{w}$ 的第k次迭代结果,通过下式迭代地最大化中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 来优化原始目标函数 $f(\mathbf{w})$,即

$$[0065] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \arg \max_{\mathbf{w}} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$[0066] \quad \begin{aligned} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}) &= \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})^T \mathbf{X}^T \mathbf{w} - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) \\ &\quad - \lambda_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) \mathbf{w} + \frac{1}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 - c_1 \right) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2) \\ &= -\mathbf{w}^T \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) + \lambda_3 \mathbf{L} \right) \mathbf{w} + \left(\mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)}) \right)^T \mathbf{w} \\ &\quad - \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 + \lambda_1 + \lambda_2 c_1 + \lambda_3 c_2 \end{aligned}$$

[0067] 其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角元素或创建对角阵的函数,I表示单位阵;

[0068] 将 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 对 $\mathbf{w}$ 求偏导并令结果为0,可得

$$[0069] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = 2 \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v}$$

[0070] 其中 $\mathbf{U} = \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|)$, $\mathbf{v} = \mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})$;

[0071] 考虑约束条件 $\|\mathbf{w}\|_2^2 = 1$,对 $\mathbf{w}^{(k+1)}$ 进行归一化,即

$$[0072] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{\left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L}\right)^{-1} \mathbf{v}}{\left\| \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L}\right)^{-1} \mathbf{v} \right\|_2}$$

$$[0073] \quad \text{令 } \eta_1 = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} \geq 0, \quad \eta_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \geq 0, \text{ 则}$$

$$[0074] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{(\mathbf{I} + \eta_1 \mathbf{U}^{-1} + \eta_2 \mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}}{\|(\mathbf{I} + \eta_1 \mathbf{U}^{-1} + \eta_2 \mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}\|_2}$$

[0075] 其中 η_1 表示稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 表示平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比;

[0076] 为避免出现除以零的错误,对上式进行等价变换得

$$[0077] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{(\mathbf{U} + \eta_1 \mathbf{I} + \eta_2 \mathbf{UL})^{-1} \mathbf{Uv}}{\|(\mathbf{U} + \eta_1 \mathbf{I} + \eta_2 \mathbf{UL})^{-1} \mathbf{Uv}\|_2}$$

[0078] 迭代 $\mathbf{w}$ 至收敛,即得到所述第一个投影向量。

[0079] 本发明第三方面提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别系统,包括:

[0080] 数据变换模块,用于将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0081] 第一个投影向量得出模块,用于通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

$$[0082] \quad \max_{\mathbf{w}} \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1, \quad \text{s.t. } \|\mathbf{w}\|_2^2 = 1, \quad \|\mathbf{w}\|_1 \leq c_1, \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} \leq c_2$$

[0083] 其中 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, $\mathbf{L}$ 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w}$ 表示关于 $\mathbf{w}$ 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

[0084] 第二个投影向量得出模块,用于将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 $\mathbf{X}$ 中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照第一个投影向量得出模块方式得到第二个投影向量;

[0085] 前 r 个投影向量得出模块,用于重复第一个投影向量得出模块和第二个投影向量得出模块,直至得出前 r 个投影向量 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$;

[0086] 降维模块,用于对所有图像使用前 r 个投影向量进行降维;

[0087] 人脸识别模块,用于使用最近邻法对降维后的数据进行分类,并计算分类准确率,完成人脸识别。

[0088] 本发明第四方面提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建系统,包括:

[0089] 加噪模块,用于从数据集中随机选取部分图像加入噪声;

[0090] 数据处理模块,用于将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0091] 第一寻优模块,用于在所有加入噪声的图像上,通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

$$[0092] \quad \max_w \|X^T w\|_1, \quad s.t. \|w\|_2^2 = 1, \quad \|w\|_1 \leq c_1, \quad w^T L w \leq c_2$$

[0093] 其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本, 其每行为一个特征, 对应图像上的一个像素; 每列为一个样本, 对应一幅图像; d 为特征数目, 即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目, 即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于 w 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为 L1 范数和 L2 范数;

[0094] 第二寻优模块, 用于将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 X 中消去得到新的样本, 并在新的样本的基础上, 按照步骤 2 方式得到第二个投影向量;

[0095] 主成分得出模块, 用于重复第一寻优模块和第二寻优模块, 直至得出前 r 个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}, 1 \leq r < \min(d, n)$;

[0096] 人脸重建模块, 用于对所有图像使用前 r 个投影向量进行重建, 并针对所有未加入噪声的图像计算重建误差, 完成人脸重建。

[0097] 与现有技术相比, 本发明具有的有益效果:

[0098] 本发明在 RSPCA 的基础上引入表征图像二维空间结构的平滑惩罚项, 提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析 (Robust Sparse Smooth PCA, RSSPCA) 的人脸识别和重建方法及系统。通过与另外四种算法 (PCA、PCA-L1、RSPCA、RSMPCA) 的对比实验发现, 鲁棒性的引入对分类性能没有影响, 稀疏性和平滑性的引入都能提升分类性能; 稀疏性的引入对重建误差没有影响, 鲁棒性和平滑性的引入都能降低重建误差。本发明公布的 RSSPCA 算法, 结合了鲁棒性、稀疏性和平滑性, 在人脸识别和重建任务上相对于对比算法具有明显优势, 因此具有重要的理论和应用价值。

附图说明

[0099] 图 1 为本发明实施例一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别和重建方法的流程图; 其中左侧为一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法的流程图; 右侧为一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法的流程图;

[0100] 图 2 为本发明实施例拉普拉斯矩阵的计算示例图之一;

[0101] 图 3 为本发明实施例拉普拉斯矩阵的计算示例图之二;

[0102] 图 4 为本发明实施例实验中被试图像示例;

[0103] 图 5 为本发明实施例 PCA 平均分类准确率随主成分数目变化的结果;

[0104] 图 6 为本发明实施例 PCA-L1 平均分类准确率随主成分数目变化的结果;

[0105] 图 7 为本发明实施例 RSPCA 得到的总平均分类准确率随 $\lg(\eta_1)$ 变化的结果;

[0106] 图 8 为本发明实施例 RSMPCA 得到的总平均分类准确率随 $\lg(\eta_2)$ 变化的结果;

[0107] 图 9 为本发明实施例不同参数组合下 RSSPCA 的总平均分类准确率;

[0108] 图 10 为本发明实施例 PCA 和 PCA-L1 重建误差随主成分数目变化的结果;

[0109] 图 11 为本发明实施例 RSPCA 的平均重建误差随 $\lg(\eta_1)$ 变化的结果;

[0110] 图 12 为本发明实施例 RSMPCA 的平均重建误差随 $\lg(\eta_2)$ 变化的结果;

[0111] 图 13 为本发明实施例不同参数组合下 RSSPCA 的平均重建误差。

具体实施方式

[0112] 下面结合附图和具体的实施例对本发明做进一步的解释说明：

[0113] 如图1中左侧所示，一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别方法，包括：

[0114] S101：设人脸图像的高度为 h ，宽度为 w 。将每幅图像拉伸为向量，以向量的形式进行存储和计算。设 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本，其每行为一个特征，对应图像上的一个像素；每列为一个样本，对应一幅图像； d 为特征数目，即图像上的像素数目， $d = h \times w$ ； n 为训练样本的数目，也就是训练图像的数目。训练样本默认都已经进行居中化处理，即 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i = \mathbf{0}$ 。

[0115] S102：RSSPCA通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分，也即第一个投影向量 $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ ：

$$[0116] \quad \max_{\mathbf{w}} \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1, \quad s.t. \|\mathbf{w}\|_2^2 = 1, \quad \|\mathbf{w}\|_1 \leq c_1, \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} \leq c_2$$

[0117] 其中 c_1 和 c_2 为常数， L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯(Laplacian)矩阵。 $\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w}$ 构成关于 $\mathbf{w}$ 的平滑惩罚项。 $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数。

[0118] 拉普拉斯矩阵的计算方式如下。对图像上的任意两个像素 P_i 和 P_j ，其在二维平面上的坐标分别为 (x_i, y_i) 和 (x_j, y_j) ，如图2所示，则两者的欧氏距离为

$$[0119] \quad d_{ij} = \|(x_i, y_i) - (x_j, y_j)\|_2$$

[0120] 定义邻接矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{d \times d}$ ， $\mathbf{A}$ 中的元素为

$$[0121] \quad A_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

[0122] 其中 $i, j = 1, 2, \dots, d$ 。当且仅当两个像素在二维平面上相邻时，邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 中对应的元素为1，否则为0。通过邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 计算度矩阵 $\mathbf{D}$

$$[0123] \quad \mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A})$$

[0124] 其中 $\mathbf{1}_d \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 表示一个 d 维的全1列向量。度矩阵 $\mathbf{D}$ 为对角矩阵，其对角线上的元素值等于与对应像素相邻的像素的数目。通过邻接矩阵和度矩阵可以计算出拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}$

$$[0125] \quad \mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$$

[0126] 以高度 $h=6$ ，宽度 $w=6$ 的图像为例，将图像拉伸为向量后构造出来的邻接矩阵、度矩阵和拉普拉斯矩阵如图3所示。

[0127] 根据拉普拉斯矩阵的定义可得

$$[0128] \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A}) - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^d (w_i - w_j)^2 A_{ij}$$

[0129] 该惩罚项可以使得在平面上相邻的两个像素 i 和 j 对应的权重 w_i 和 w_j 的值接近，从而起到对投影向量 $\mathbf{w}$ 进行平滑的效果。

[0130] 为求解RSSPCA的优化问题，构造拉格朗日函数

$$[0131] \quad f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1 - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) - \lambda_2 (\|\mathbf{w}\|_1 - c_1) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2)$$

[0132] 其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0$ 为拉格朗日乘子。

[0133] 本发明在优化最大化 (Minorization-Maximization, MM) 框架下寻求 $f(w)$ 的最优解。假设存在一个中间函数 $g(w|w^{(k)})$ 满足下面两个关键条件：

$$[0134] \quad f(w^{(k)}) = g(w^{(k)}|w^{(k)})$$

$$[0135] \quad f(w) \geq g(w|w^{(k)}), \forall w$$

[0136] 其中 $w^{(k)}$ 为投影向量 w 的第 k 次迭代结果,则可以通过如下方式迭代地最大化中间函数 $g(w|w^{(k)})$ 来优化原始目标函数 $f(w)$,即

$$[0137] \quad w^{(k+1)} = \arg \max_w g(w|w^{(k)})$$

[0138] 易得

$$[0139] \quad f(w^{(k+1)}) = f(w^{(k+1)}) - g(w^{(k+1)}|w^{(k)}) + g(w^{(k+1)}|w^{(k)})$$

$$[0140] \quad \geq f(w^{(k)}) - g(w^{(k)}|w^{(k)}) + g(w^{(k+1)}|w^{(k)})$$

$$[0141] \quad \geq f(w^{(k)}) - g(w^{(k)}|w^{(k)}) + g(w^{(k)}|w^{(k)})$$

$$[0142] \quad = f(w^{(k)})$$

[0143] 其中,第一个不等式成立是因为 $f(w) - g(w|w^{(k)})$ 在 $w=w^{(k)}$ 取到最小值,这是由两个关键条件来保证的;第二个不等式成立是因为 $g(w|w^{(k)})$ 在 $w=w^{(k+1)}$ 时取到最大值,这是由迭代规则来保证的。因此,MM框架能保证目标函数在迭代过程中单调递增,最终收敛到一个局部极值。

[0144] 本发明通过寻找合适的等式来构造易于求解的中间函数 $g(w|w^{(k)})$ 。对任意 $X \in \mathbb{R}^{d \times n}$, $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$, $w^{(k)} \in \mathbb{R}^{d \times 1}$,如下两个不等式成立

$$[0145] \quad \|X^T w\|_1 \geq \text{sign}(X^T w^{(k)})^T X^T w$$

$$[0146] \quad \|w\|_1 \leq \frac{1}{2} w^T \text{diag}(|w^{(k)}|^{-1}) w + \frac{1}{2} \|w^{(k)}\|_1$$

[0147] 当且仅当 $w=w^{(k)}$ 时,两个不等式中的等号成立。构造如下函数

$$[0148] \quad \begin{aligned} g(w|w^{(k)}) &= \text{sign}(X^T w^{(k)})^T X^T w - \lambda_1 (\|w\|_2^2 - 1) \\ &\quad - \lambda_2 \left(\frac{1}{2} w^T \text{diag}(|w^{(k)}|^{-1}) w + \frac{1}{2} \|w^{(k)}\|_1 - c_1 \right) - \lambda_3 (w^T L w - c_2) \\ &= -w^T \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} \text{diag}(|w^{(k)}|^{-1}) + \lambda_3 L \right) w + \left(X \text{sign}(X^T w^{(k)}) \right)^T w \\ &\quad - \frac{\lambda_2}{2} \|w^{(k)}\|_1 + \lambda_1 + \lambda_2 c_1 + \lambda_3 c_2 \end{aligned}$$

[0149] 其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角元素或创建对角阵的函数, I 表示单位阵。

[0150] 该函数满足MM框架的两个关键条件,是 $f(w)$ 的一个合理的替代函数。根据MM框架,可以通过迭代地最大化 $g(w|w^{(k)})$ 来达到最大化 $f(w)$ 的目的。 $g(w|w^{(k)})$ 是关于 w 的二次函数,容易求其最优解。将 $g(w|w^{(k)})$ 对 w 求偏导并令结果为0,可得

$$[0151] \quad w^{(k+1)} = 2 \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L \right)^{-1} v$$

[0152] 其中 $U = \text{diag}(|w^{(k)}|)$, $v = X \text{sign}(X^T w^{(k)})$ 。考虑约束条件 $\|w\|_2^2 = 1$, 对 $w^{(k+1)}$ 进行归一化, 即

$$[0153] \quad w^{(k+1)} = \frac{\left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L\right)^{-1} v}{\left\| \left(\lambda_1 I + \frac{\lambda_2}{2} U^{-1} + \lambda_3 L\right)^{-1} v \right\|_2}$$

[0154] 令 $\eta_1 = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} \geq 0$, $\eta_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \geq 0$, 则

$$[0155] \quad w^{(k+1)} = \frac{(I + \eta_1 U^{-1} + \eta_2 L)^{-1} v}{\|(I + \eta_1 U^{-1} + \eta_2 L)^{-1} v\|_2}$$

[0156] 只需要对 η_1 和 η_2 两个参数进行调节即可, 其中 η_1 表示稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 表示平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比。通过调节这两个参数可以调节L2范数惩罚项、稀疏惩罚项、平滑惩罚项在优化问题中的权重大小。

[0157] 考虑到 w 是一个稀疏的投影向量, 计算 U^{-1} 会出现除以零的错误。为避免该错误, 对上式进行等价变换得

$$[0158] \quad w^{(k+1)} = \frac{(U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} U v}{\|(U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} U v\|_2}$$

[0159] 或写成如下两步形式

$$[0160] \quad u = (U + \eta_1 I + \eta_2 UL)^{-1} U v$$

$$[0161] \quad w^{(k+1)} = \frac{u}{\|u\|_2}$$

[0162] 迭代 w 至收敛, 即得到RSSPCA的第一个投影向量。

[0163] S104: 假设已经求解出RSSPCA的前 r 个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$, 将这些投影向量对应的主成分从原始样本中消去得到新的样本

$$[0164] \quad \hat{X} = (I - WW^T)X$$

[0165] 在新样本 $\hat{X}$ 上类似地求解RSSPCA问题, 即可得到第 $(r+1)$ 个投影向量 w_{r+1} 。不断重复这个步骤即可提取出多个主成分。

[0166] 通过以上构造可知, RSSPCA是PCA-L1和RSPCA的推广形式。当 $\eta_1 = 0$ 且 $\eta_2 = 0$, RSSPCA退化为PCA-L1。当 $\eta_2 = 0$, RSSPCA退化为RSPCA。此外, 当 $\eta_1 = 0$, RSSPCA退化为鲁棒平滑主成分分析(Robust Smooth PCA, RSMPCA)。

[0167] 作为一种可实施方式, 在S104之后, 还包括:

[0168] S105: 对所有图像使用前 r 个投影向量进行降维;

[0169] S106: 使用最近邻法对降维后的数据进行分类, 并计算分类准确率, 完成人脸识别。

[0170] 值得说明的是, 在本发明中的公式中, 小写字母表示标量, 加粗的小写字母表示列向量, 加粗的大写字母表示矩阵。

[0171] 如图1中右侧所示, 本发明的一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建方法, 包括:

[0172] S201:从数据集中随机选取部分图像加入噪声;

[0173] S202:将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0174] S203:在所有加入噪声的图像上,通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

$$[0175] \quad \max_{\mathbf{w}} \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1, \quad s.t. \|\mathbf{w}\|_2^2 = 1, \quad \|\mathbf{w}\|_1 \leq c_1, \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} \leq c_2$$

[0176] 其中 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, $\mathbf{L}$ 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w}$ 表示关于 $\mathbf{w}$ 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

[0177] S204:将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 $\mathbf{X}$ 中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照S202方式得到第二个投影向量;

[0178] S205:重复S202和S203,直至得出前 r 个投影向量 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}$, $1 \leq r < \min(d, n)$;

[0179] S206:对所有图像使用前 r 个投影向量进行重建,并针对所有未加入噪声的图像计算重建误差,完成人脸重建。

[0180] 进一步地,在所述S202之前,还包括:

[0181] 对训练样本进行居中化处理,即 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i = \mathbf{0}$ 。

[0182] 进一步地,

$$[0183] \quad \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\mathbf{D} - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \mathbf{w}^T (\text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A}) - \mathbf{A}) \mathbf{w} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^d (w_i - w_j)^2 A_{ij}$$

[0184] 其中 $\mathbf{D}$ 表示度矩阵, $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{1}_d^T \mathbf{A})$, $\mathbf{1}_d \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 表示一个 d 维的全1列向量; $\mathbf{A}$ 为邻接矩阵, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, $\mathbf{A}$ 中的元素为 $A_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} = 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $i, j = 1, 2, \dots, d$, d_{ij} 表示图像上的任意两个像素 P_i 和 P_j 的欧氏距离。

[0185] 进一步地,所述S203包括:

[0186] 构造拉格朗日函数 $f(\mathbf{w})$,并在优化最大化框架下寻求 $f(\mathbf{w})$ 的最优解,得到第一个投影向量:

$$[0187] \quad f(\mathbf{w}) = \|\mathbf{X}^T \mathbf{w}\|_1 - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) - \lambda_2 (\|\mathbf{w}\|_1 - c_1) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2)$$

[0188] 其中 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0$ 为拉格朗日乘子;

[0189] 构建中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 满足:

$$[0190] \quad f(\mathbf{w}^{(k)}) = g(\mathbf{w}^{(k)} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$[0191] \quad f(\mathbf{w}) \geq g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}), \forall \mathbf{w}$$

[0192] 其中 $\mathbf{w}^{(k)}$ 为投影向量 $\mathbf{w}$ 的第 k 次迭代结果,通过下式迭代地最大化中间函数 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 来优化原始目标函数 $f(\mathbf{w})$,即

$$[0193] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \arg \max_{\mathbf{w}} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$$

$$[0194] \quad \begin{aligned} g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)}) &= \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})^T \mathbf{X}^T \mathbf{w} - \lambda_1 (\|\mathbf{w}\|_2^2 - 1) \\ &\quad - \lambda_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) \mathbf{w} + \frac{1}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 - c_1 \right) - \lambda_3 (\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{w} - c_2) \\ &= -\mathbf{w}^T \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|^{-1}) + \lambda_3 \mathbf{L} \right) \mathbf{w} + \left(\mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)}) \right)^T \mathbf{w} \\ &\quad - \frac{\lambda_2}{2} \|\mathbf{w}^{(k)}\|_1 + \lambda_1 + \lambda_2 c_1 + \lambda_3 c_2 \end{aligned}$$

[0195] 其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数, $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角元素或创建对角阵的函数, $\mathbf{I}$ 表示单位阵;

[0196] 将 $g(\mathbf{w} | \mathbf{w}^{(k)})$ 对 $\mathbf{w}$ 求偏导并令结果为0,可得

$$[0197] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = 2 \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v}$$

[0198] 其中 $\mathbf{U} = \text{diag}(|\mathbf{w}^{(k)}|)$, $\mathbf{v} = \mathbf{X} \text{sign}(\mathbf{X}^T \mathbf{w}^{(k)})$;

[0199] 考虑约束条件 $\|\mathbf{w}\|_2^2 = 1$,对 $\mathbf{w}^{(k+1)}$ 进行归一化,即

$$[0200] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{\left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v}}{\left\| \left(\lambda_1 \mathbf{I} + \frac{\lambda_2}{2} \mathbf{U}^{-1} + \lambda_3 \mathbf{L} \right)^{-1} \mathbf{v} \right\|_2}$$

[0201] 令 $\eta_1 = \frac{\lambda_2}{2\lambda_1} \geq 0$, $\eta_2 = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \geq 0$,则

$$[0202] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{(\mathbf{I} + \eta_1 \mathbf{U}^{-1} + \eta_2 \mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}}{\|(\mathbf{I} + \eta_1 \mathbf{U}^{-1} + \eta_2 \mathbf{L})^{-1} \mathbf{v}\|_2}$$

[0203] 其中 η_1 表示稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 表示平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比;

[0204] 为避免出现除以零的错误,对上式进行等价变换得

$$[0205] \quad \mathbf{w}^{(k+1)} = \frac{(\mathbf{U} + \eta_1 \mathbf{I} + \eta_2 \mathbf{U} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{U} \mathbf{v}}{\|(\mathbf{U} + \eta_1 \mathbf{I} + \eta_2 \mathbf{U} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{U} \mathbf{v}\|_2}$$

[0206] 迭代 $\mathbf{w}$ 至收敛,即得到所述第一个投影向量。

[0207] 为验证本发明效果,进行如下实验:

[0208] 本实施例中采用经典的ORL数据集来进行人脸识别和人脸重建任务。为了验证本发明中提出的RSSPCA算法,实验中对比了四种典型的主成分分析方法,包括PCA,PCA-L1,RSPPCA,RMPPCA。

[0209] ORL数据集包括400张人脸图像,来自40个被试,每个被试10张图像。这些图像是在不同的面部表情和旋转角度下拍摄的,缩放比例也略有差异。所有图像的原始分辨率为 112×92 。为缩短计算时间,对其进行裁剪和缩小处理,处理后图像的分辨率为 56×46 。部分被试的图像如图4所示。

[0210] 首先通过人脸识别任务来比较五种算法的图像分类性能。对ORL数据集中的每个

被试,随机选取7张图像作为训练样本,剩下的3张图像作为测试样本,先对训练样本和测试样本进行归一化,然后分别用五种对比算法提取前30个主成分,之后用这些主成分对所有样本进行降维,最后用最近邻法(Nearest Neighbor,NN)对降维后的数据进行分类。将整个过程重复3遍,将得到的3个分类准确率取平均,得到平均分类准确率,用来衡量算法的分类性能。

[0211] 对于PCA和PCA-L1,其平均分类准确率随主成分数目变化的结果分别如图和图6所示。随着主成分数目的增大,分类准确率整体上呈增长趋势。当主成分数目大于10,分类准确率增长得比较缓慢。将不同主成分数目对应的平均分类准确率进一步进行平均,得到PCA和PCA-L1的总平均分类准确率分别为.8556和0.8552。这两种算法得到的结果很接近,意味着它们的分类性能很接近。可见在PCA的目标函数中引入L1范数,即引入鲁棒性,对分类准确率影响不大。

[0212] RSPCA包含一个调节参数 η_1 ,用于调节稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比。参数 η_1 从 $\{10^{-6}, 10^{-5.9}, 10^{-5.8}, \dots, 10^6\}$ 中选取,即 $\lg(\eta_1)$ 从-6~6中选取且步长为0.1。RSPCA得到的总平均分类准确率随 $\lg(\eta_1)$ 变化的结果如图7所示。当 $\lg(\eta_1) < -2$ 时,改变 $\lg(\eta_1)$ 对分类准确率影响不大。当 $\lg(\eta_1) > 2$ 时同样如此。当 $-2 < \lg(\eta_1) < 2$ 时,分类准确率随 $\lg(\eta_1)$ 的增大呈先增后减的整体趋势。最高分类准确率为0.8695,在 $\lg(\eta_1) = -1.2$ 时取得。

[0213] RSMPCA包含一个调节参数 η_2 ,用于调节平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比。参数 η_2 从 $\{10^{-2}, 10^{-1.9}, 10^{-1.8}, \dots, 10^6\}$ 中选取,即 $\lg(\eta_2)$ 从-2~6中选取且步长为0.1。RSMPCA得到的总平均分类准确率随 $\lg(\eta_2)$ 变化的结果如图8所示。当 $\lg(\eta_2) < 1.4$ 时,分类准确率随 $\lg(\eta_2)$ 的增大变化平稳,呈缓慢增长趋势。当 $1.4 < \lg(\eta_2) < 3.3$ 时,分类准确率随 $\lg(\eta_2)$ 的增大呈整体下降趋势。当 $\lg(\eta_2) > 3.3$ 时,改变 $\lg(\eta_2)$ 对分类准确率影响不大。最高分类准确率为0.8747,在 $\lg(\eta_2) = 1.4$ 时取得。

[0214] RSSPCA包含两个调节参数 η_1 和 η_2 ,其中 η_1 用于调节稀疏惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比, η_2 用于调节平滑惩罚项与L2范数惩罚项对应权重之比。两个参数的选取范围是根据RSPCA和RSMPCA的实验结果来设定的。具体地讲, $\lg(\eta_1)$ 从-3~1中选取且步长为0.2, $\lg(\eta_2)$ 从-1~3中选取且步长为0.2。将步长设置为0.2是为了减少参数组合数目,从而缩短总的计算时间。不同参数组合下RSSPCA的总平均分类准确率如图9所示。最高分类准确率为0.8810,当 $\lg(\eta_1) = -0.6, \lg(\eta_2) = 2.0$ 时取得。

[0215] 五种算法的最高分类准确率和对应的参数如表1所示。PCA和PCA-L1的分类准确率很接近,可见在PCA的目标函数中引入L1范数,即引入鲁棒性,对分类准确率影响不大。RSPCA在PCA-L1的基础上引入投影向量 w 的L1范数惩罚项,即稀疏惩罚项,使得分类准确率得到了提高。RSMPCA在PCA-L1的基础上引入表征图像空间结构的平滑惩罚项,同样使得分类准确率得到了提高。RSSPCA在PCA-L1的基础上同时引入稀疏惩罚项和平滑惩罚项,进一步提高了分类准确率。

[0216] 此外,对比RSPCA和RSSPCA两种算法,RSSPCA可以看作是在RSPCA的基础上引入平滑惩罚项,分类准确率得到了提高。对比RSMPCA和RSSPCA两种算法,RSSPCA可以看作是在RSMPCA的基础上引入稀疏惩罚项,分类准确率也得到了提高。

[0217] 基于以上分析可知,鲁棒性的引入对该类算法的分类性能没有影响,但是稀疏性和平滑性的引入都能提高该类算法的分类性能。这些结果证明RSSPCA在人脸识别任务上相

对于另外四种算法更有优势。

[0218] 表1

[0219]	算法	最优参数		分类准确率
		$\lg(\eta_1)$	$\lg(\eta_2)$	
	PCA	/	/	0.8556
	PCA-L1	/	/	0.8552
	RSPCA	-1.2	/	0.8695
[0220]	RSMPCA	/	1.4	0.8747
	RSSPCA	-0.6	2.0	0.8810

[0221] 然后通过人脸重建任务来比较五种算法的图像重建性能。从ORL数据集的400张人脸图像中随机选取80张图像进行加噪处理。加噪的方式是随机在原始图像上选择一个尺寸不小于 20×20 的区域填充椒盐噪声。令 W 是在被污染的ORL数据集(包括320张干净图像和80张加噪图像)上训练出的投影矩阵, $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ 是 m 张干净图像减去被污染的ORL数据集中所有图像的均值图像得到的结果, $m=320$,则重建误差的定义为

[0222]
$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|Z_i(I - WW^T)\|_F$$

[0223] 该结果可用以衡量算法的重建性能。

[0224] 对于PCA和PCA-L1,其重建误差随主成分数目变化的结果如图10所示。两者的重建误差都随着主成分数目的增大而不断减小,并且PCA-L1的重建误差显著低于PCA的重建误差。将不同主成分数目对应的重建误差进行平均,得到PCA和PCA-L1的平均重建误差分别为1272.33和1203.31。可见在PCA的目标函数中引入L1范数,即引入鲁棒性,能大幅降低重建误差。

[0225] 对于RSPCA,参数 η_1 从 $\{10^{-3}, 10^{-2.8}, 10^{-2.6}, \dots, 10^3\}$ 中选取,即 $\lg(\eta_1)$ 从-3~3中选取且步长为0.2。RSPCA的平均重建误差随 $\lg(\eta_1)$ 变化的结果如图11所示。整体上讲,重建误差随 $\lg(\eta_1)$ 的增大而增大。最低重建误差为1205.41,当 $\lg(\eta_1) = -3.0$ 时取得。

[0226] 对于RSMPCA,参数 η_2 从 $\{10^{-3}, 10^{-2.8}, 10^{-2.6}, \dots, 10^3\}$ 中选取,即 $\lg(\eta_2)$ 从-3~3中选取且步长为0.2。RSMPCA的平均重建误差随 $\lg(\eta_2)$ 变化的结果如图12所示。当 $\lg(\eta_2) < 1$ 时,重建误差几乎不受 $\lg(\eta_2)$ 变化的影响。当 $\lg(\eta_2) > 1$ 时,重建误差随 $\lg(\eta_2)$ 的增大而显著增大。最低重建误差为1152.25,在 $\lg(\eta_2) = -0.2$ 时取得。

[0227] 对于RSSPCA, $\lg(\eta_1)$ 和 $\lg(\eta_2)$ 都从-3~3中选取且步长都为0.2。不同参数组合下RSSPCA的平均重建误差如图13所示。最低重建误差为1153.35,当 $\lg(\eta_1) = -3.0, \lg(\eta_2) = 0$ 时取得。

[0228] 五种算法的最低重建误差和对应的参数如表2所示。PCA的重建误差最大。PCA-L1在PCA的目标函数中引入L1范数,即引入鲁棒性,使得重建误差大幅降低。RSPCA在PCA-L1的基础上引入稀疏惩罚项,但两者的重建误差很接近。RSMPCA在PCA-L1的基础上引入平滑惩罚项,重建误差进一步降低。RSSPCA在PCA-L1的基础上同时引入稀疏惩罚项和平滑惩罚项,

同样降低了重建误差。

[0229] 此外,对比RSPCA和RSSPCA两种算法,RSSPCA可以看作是在RSPCA的基础上引入平滑惩罚项,重建误差得到了降低。对比RSMPCA和RSSPCA两种算法,RSSPCA可以看作是在RSMPCA的基础上引入稀疏惩罚项,两者的重建误差很接近。

[0230] 基于以上分析可知,鲁棒性和平滑性的引入都能降低该类算法的重建误差,但是稀疏性的引入对该类算法的重建误差没有太大影响。这些结果证明RSSPCA相对于PCA、PCA-L1和RSPCA在人脸重建任务上具有优势。对比RSSPCA和RSMPCA,两者在人脸重建任务上的性能近似。

[0231] 表2

算法	最优参数		重建误差
	$\lg(\eta_1)$	$\lg(\eta_2)$	
PCA	/	/	1272.33
[0232] PCA-L1	/	/	1203.31
RSPCA	-3.0	/	1205.41
RSMPCA	/	-0.2	1152.25
RSSPCA	-3.0	0.0	1153.35

[0233] 在上述实施例的基础上,本发明还提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸识别系统,包括:

[0234] 数据变换模块,用于将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0235] 第一个投影向量得出模块,用于通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

[0236]
$$\max_w \|X^T w\|_1, \quad s.t. \|w\|_2^2 = 1, \quad \|w\|_1 \leq c_1, \quad w^T L w \leq c_2$$

[0237] 其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像;d为特征数目,即图像上的像素数目;n为训练样本的数目,即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数,L为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于w的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

[0238] 第二个投影向量得出模块,用于将第一个投影向量对应的主成分从原始样本X中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照第一个投影向量得出模块方式得到第二个投影向量;

[0239] 前r个投影向量得出模块,用于重复第一个投影向量得出模块和第二个投影向量得出模块,直至得出前r个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}, 1 \leq r < \min(d, n)$;

[0240] 降维模块,用于对所有图像使用前r个投影向量进行降维;

[0241] 人脸识别模块,用于使用最近邻法对降维后的数据进行分类,并计算分类准确率,完成人脸识别。

[0242] 在上述实施例的基础上,本发明还提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析的人脸重建系统,包括:

[0243] 加噪模块,用于从数据集中随机选取部分图像加入噪声;

[0244] 数据处理模块,用于将每幅图像拉伸为向量,以向量的形式进行存储和计算;

[0245] 第一寻优模块,用于在所有加入噪声的图像上,通过求解如下优化问题来寻找第一个主成分,也即第一个投影向量:

$$[0246] \quad \max_w \|X^T w\|_1, \quad s.t. \|w\|_2^2 = 1, \quad \|w\|_1 \leq c_1, \quad w^T L w \leq c_2$$

[0247] 其中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ 为训练样本,其每行为一个特征,对应图像上的一个像素;每列为一个样本,对应一幅图像; d 为特征数目,即图像上的像素数目; n 为训练样本的数目,即训练图像的数目; $w \in \mathbb{R}^{d \times 1}$ 为第一个投影向量; c_1 和 c_2 为常数, L 为表征图像二维空间结构信息的拉普拉斯矩阵; $w^T L w$ 表示关于 w 的平滑惩罚项; $\|\cdot\|_1$ 和 $\|\cdot\|_2$ 分别为L1范数和L2范数;

[0248] 第二寻优模块,用于将第一个投影向量对应的主成分从原始样本 X 中消去得到新的样本,并在新的样本的基础上,按照步骤2方式得到第二个投影向量;

[0249] 主成分得出模块,用于重复第一寻优模块和第二寻优模块,直至得出前 r 个投影向量 $W = [w_1, w_2, \dots, w_r] \in \mathbb{R}^{d \times r}, 1 \leq r < \min(d, n)$;

[0250] 人脸重建模块,用于对所有图像使用前 r 个投影向量进行重建,并针对所有未加入噪声的图像计算重建误差,完成人脸重建。

[0251] 综上所述,本发明在RSPCA的基础上引入表征图像二维空间结构的平滑惩罚项,提出一种基于鲁棒稀疏平滑主成分分析(Robust Sparse Smooth PCA, RSSPCA)的人脸识别和重建方法及系统。通过与另外四种算法(PCA、PCA-L1、RSPCA、RSMPCA)的对比实验发现,鲁棒性的引入对分类性能没有影响,稀疏性和平滑性的引入都能提升分类性能;稀疏性的引入对重建误差没有影响,鲁棒性和平滑性的引入都能降低重建误差。本发明公布的RSSPCA算法,结合了鲁棒性、稀疏性和平滑性,在人脸识别和重建任务上相对于对比算法具有明显优势,因此具有重要的理论和应用价值。

[0252] 以上所示仅是本发明的优选实施方式,应当指出,对于本技术领域的普通技术人员来说,在不脱离本发明原理的前提下,还可以做出若干改进和润饰,这些改进和润饰也应视为本发明的保护范围。

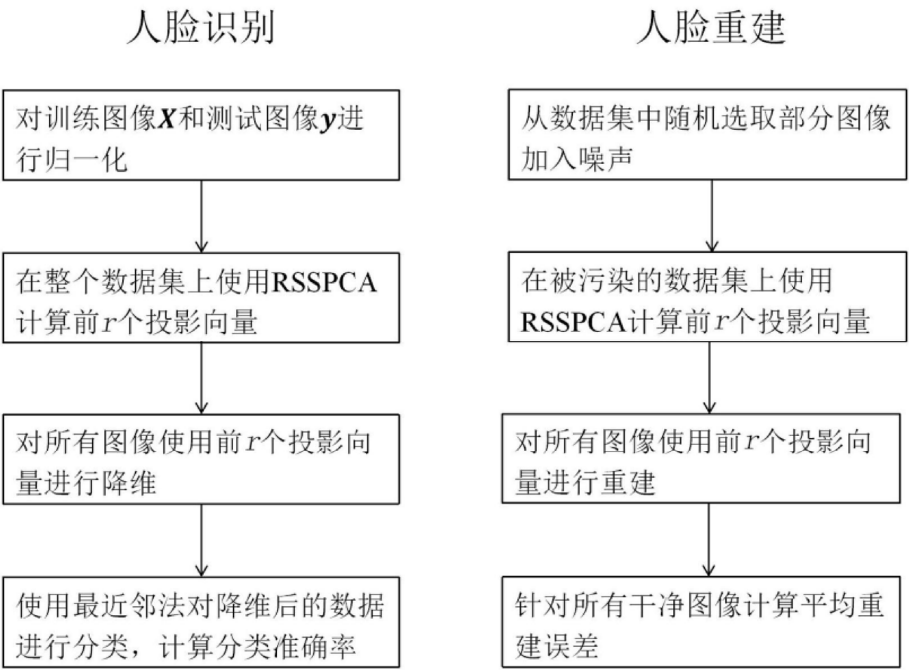


图1

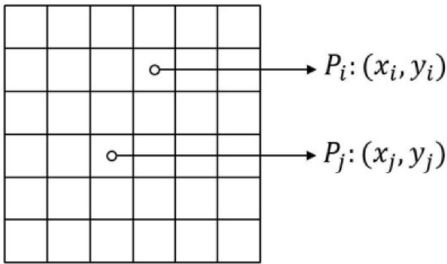


图2

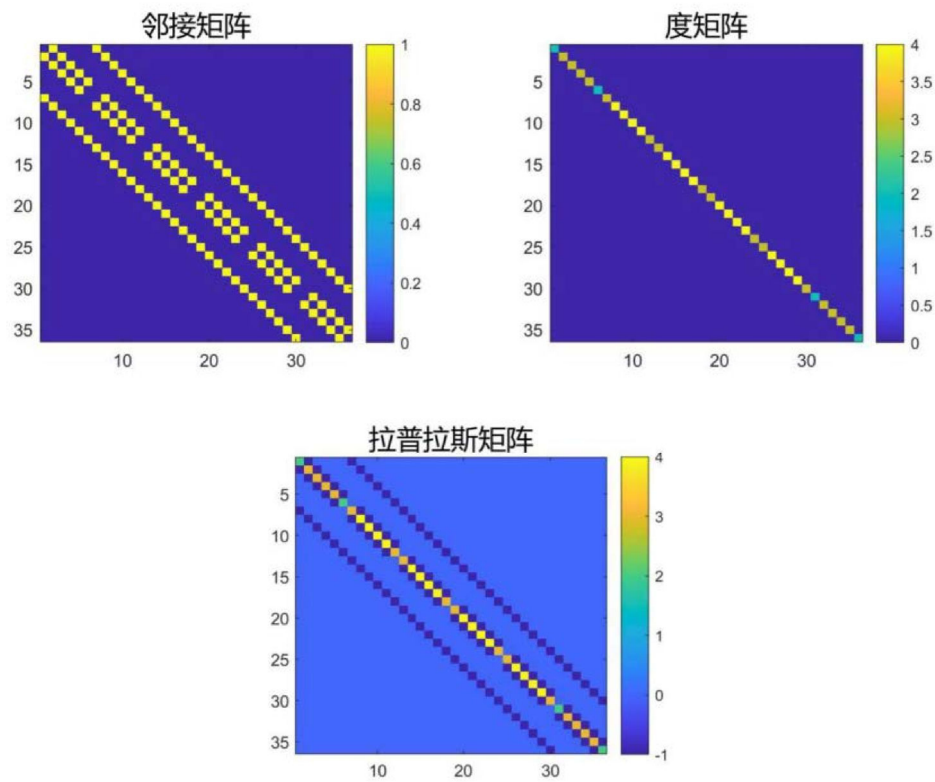


图3

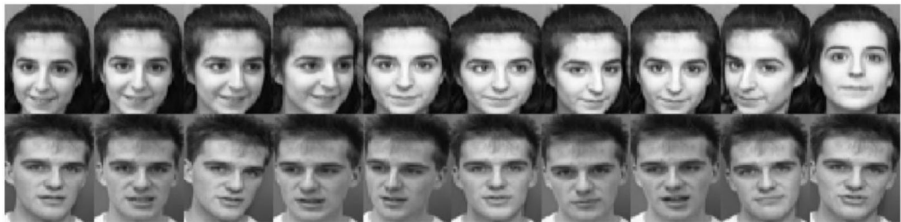


图4

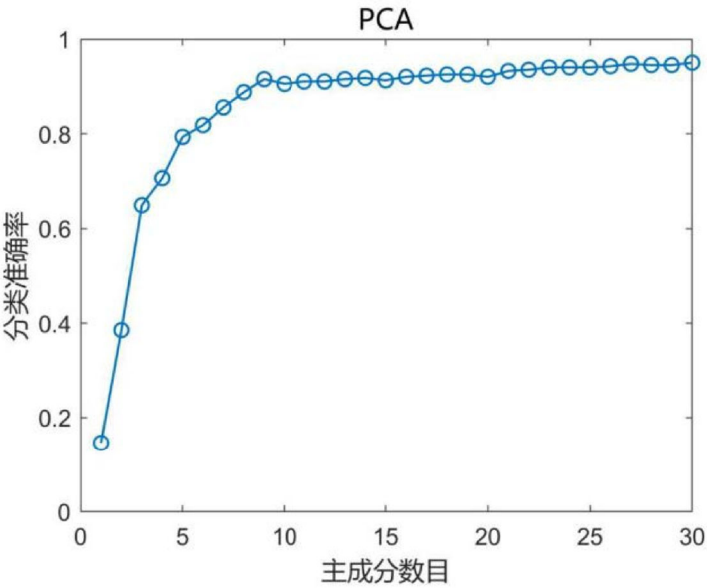


图5

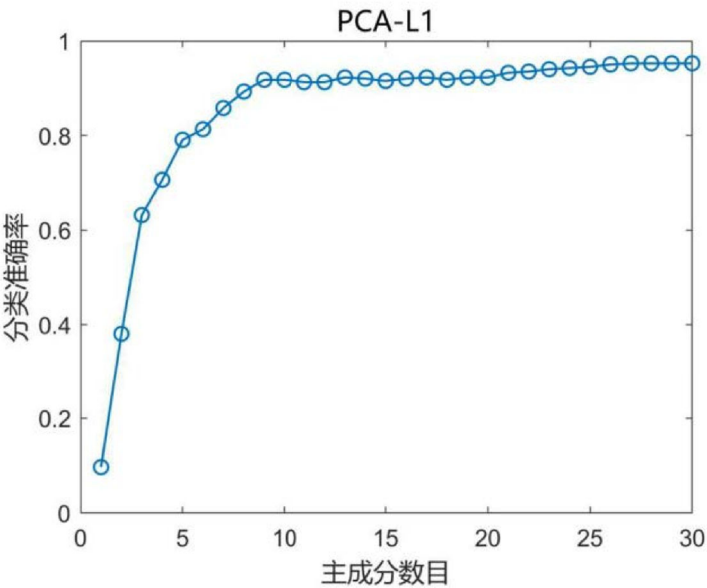


图6

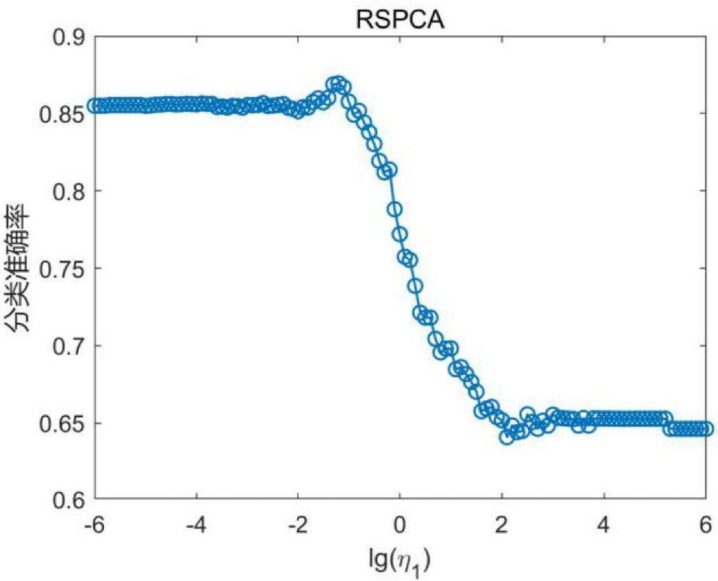


图7

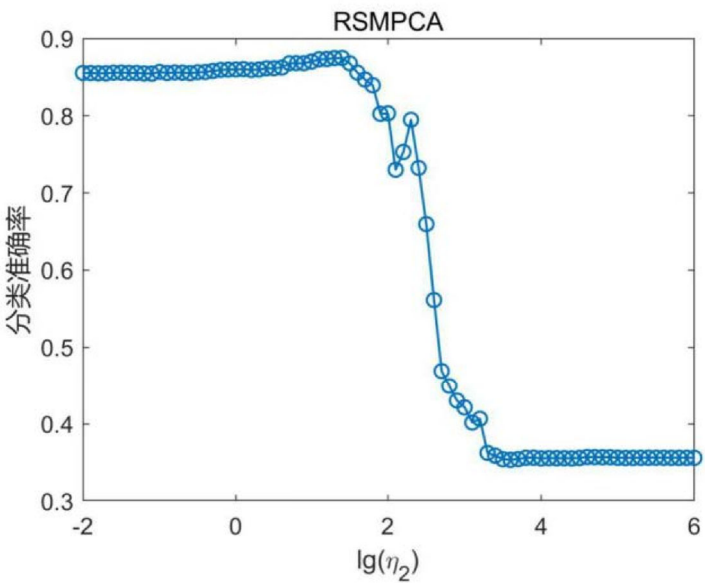


图8

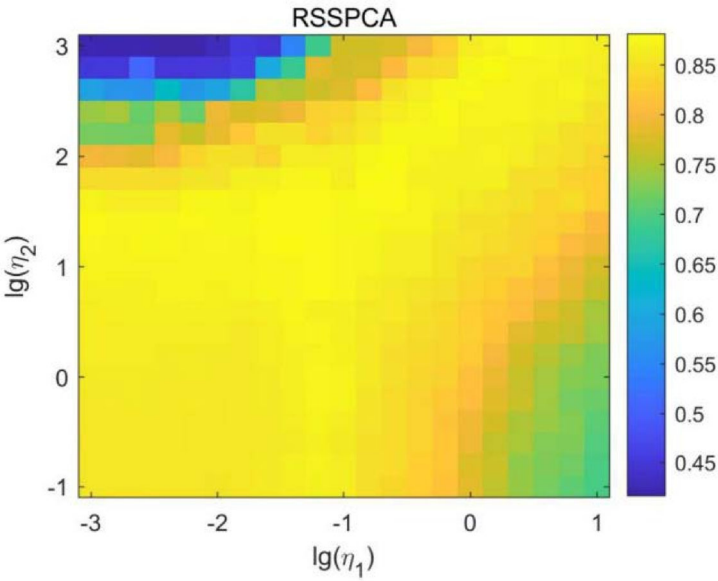


图9

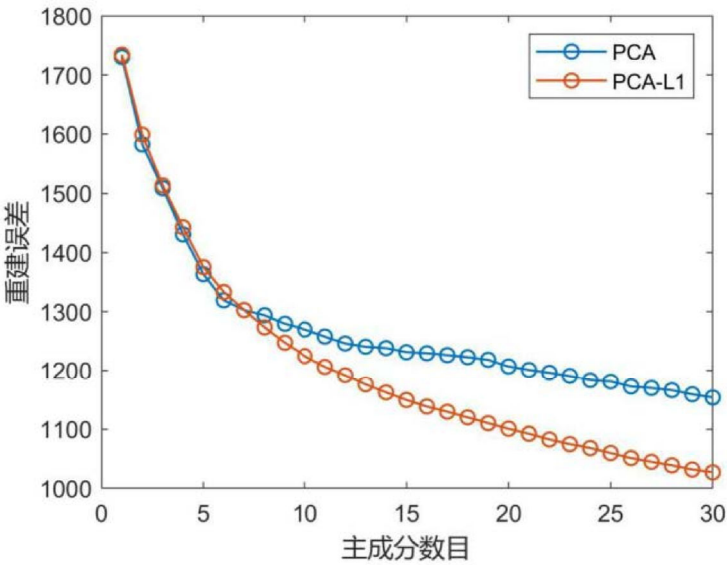


图10

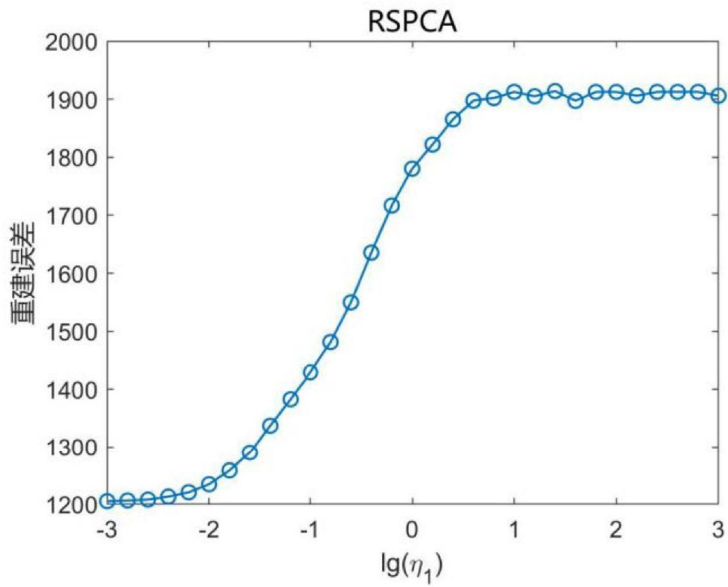


图11

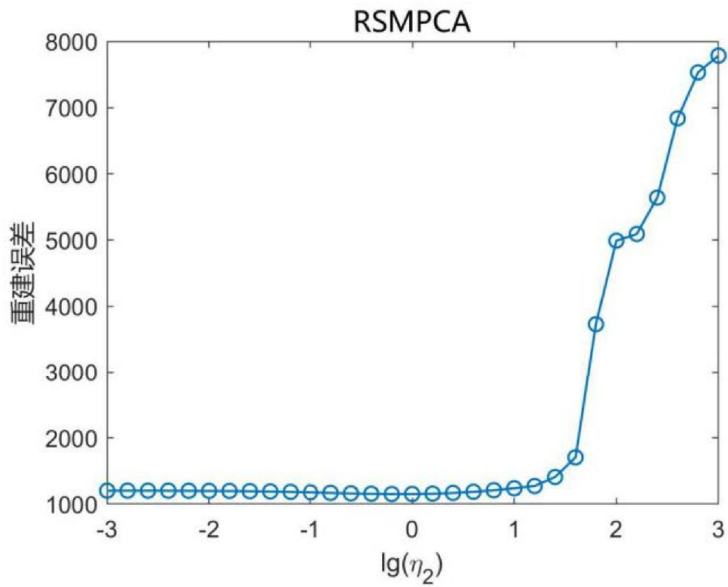


图12

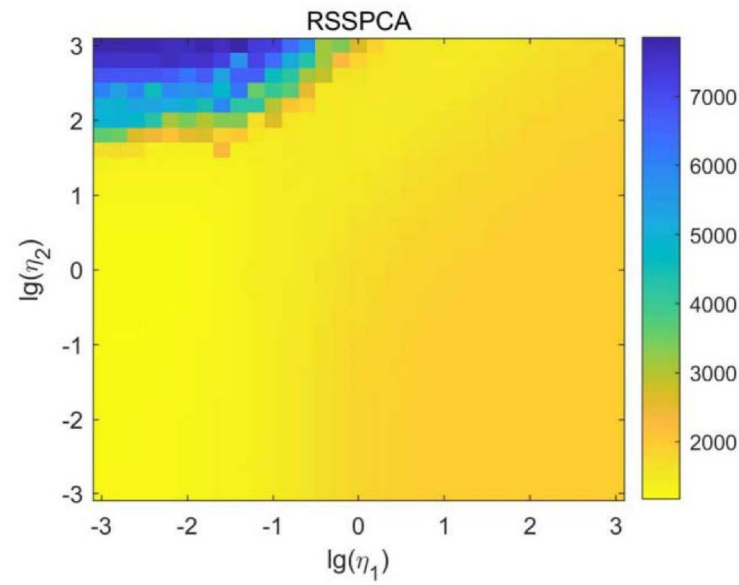


图13